

*Памяти  
Людмилы Ивановны Ратниковой  
посвящаем*

## ВВЕДЕНИЕ

Существует множество великолепных монографий, в которых подробно и глубоко описываются теоретические основы сейсмической разведки и сейсмологии. Среди книг, многие годы влиявших на подготовку сейсмологов, можно упомянуть следующие: К. Аки и П. Ричардс “Количественная сейсмология”; Л.М. Бреховских “Волны в слоистых средах”; К. Буллен “Введение в теоретическую сейсмологию”; Х. Кольский “Волны напряжения в твердых телах”; W.M. Ewing, W.S. Jardetsky, F. Press “Elastic Waves in Layered Media”; F.S. Grant, G.F. West “Interpretation Theory in Applied Geophysics”; J.E. White “Seismic Waves”.

Однако практически во всех этих книгах с самого начала предполагается, что читатели обладают достаточно сильной подготовкой в некоторых областях физики, математики и математической физики. К сожалению, это не всегда так. Поэтому, чтобы заполнить существующий пробел, мы попытались дать описание основных физических принципов распространения акустических и сейсмических волн. Другими словами, мы рассматриваем только так называемые “прямые задачи” распространения волн в жидких и упругих средах. За пределами данной книги остались “обратные задачи” определения свойств среды по наблюдениям волнового поля, а также вычислительные аспекты решения “прямых задач”. Мы надеемся, что наша книга будет полезна читателям для понимания более сложных вопросов, рассматриваемых в других книгах.

Для удобства читателя материал располагается по принципу “от простого к сложному”. Последовательные части монографии органично связаны между собой. И мы надеемся, что преимущества такого расположения материала очевидны. Этот традиционный подход широко используется и в других областях геофизики. Один из авторов книги (А.А. Каuffman) придерживался именно такого способа изложения в своей монографии “Введение в теорию геофизических методов”, где приводятся описания гравитационных, электрических и электромагнитных полей, используемых в геофизике.

Опишем кратко содержание данной книги. Первая глава посвящена законам Ньютона, которые вместе с законом Гука управляют поведением акустических и упругих волн. В этой главе мы напоминаем читателю о таких основных понятиях, как сила, работа, энергия, количество движения, импульс силы и центр масс. Все они используются при выводе уравнений, описывающих

ющих волновые явления. С этой же целью в главу помещено несколько примеров. Например, мы иллюстрируем механизм распространения волн через газ и описываем эллиптическую поляризацию, которая типична для большинства волн.

Распространение волн в любой среде сопровождается движением (колебаниями) и деформацией элементарных объемов. Каждый из этих элементов можно мысленно заменить системой, состоящей из масс и пружин. Движение такой системы описывается во второй главе. Сначала мы вводим закон Гука в его простейшей, скалярной форме, т.е. когда сила и смещение имеют либо одинаковые, либо противоположные направления.

Особое внимание уделяется свободным и вынужденным колебаниям, происходящим во время распространения волны. С помощью законов Ньютона и Гука выводятся уравнения колебаний. Существенно, что точно таким законам подчиняются и волновые явления.

Поскольку в реальности механическая энергия всегда преобразуется в тепло, в данной главе мы описываем явление затухания и вводим такие понятия, как декремент затухания, потери энергии и параметр  $Q$ . Помимо этого, здесь обсуждаются также принципы измерения смещений и ускорений частиц.

В третьей главе обсуждается совершенно другое явление, а именно, распространение движения. Чтобы подчеркнуть физические аспекты этого явления, мы выбрали модель, состоящую из последовательности масс и пружин, соединенных друг с другом. Такой подход не является новым и часто используется в литературе. Возможно, Ньютон был первым, кто применил эту модель для изучения акустических волн.

Используя эту модель, мы выводим волновое уравнение, описываем разницу между состоянием равновесия и динамическим состоянием и исследуем, как ведут себя смещение и сила в местах разрыва физических параметров. Кроме того, данная модель позволяет наглядно описать, как происходит отражение волн. В третьей главе мы обсуждаем также распространение попечерных (сдвиговых) волн вдоль бесконечной струны и вдоль струны конечной протяженности и, в частности, процесс возбуждения нормальных мод (стоячих волн).

В следующей главе, исходя из принципа сохранения массы, линейной связи между плотностью и давлением и из законов Ньютона, мы приходим к системе уравнений, описывающих волны сжатия (дилатации). Используя принцип неразрывности среды, мы формулируем также граничные условия, в том числе и вблизи источника.

Указанные уравнения используются для изучения поведения волн в различных средах. Поскольку существует бесконечное число решений этих уравнений, мы приводим теорему единственности для кусочно-однородной среды. В процессе обсуждения вводятся такие понятия, как плотность энергии волн сжатия, поток энергии и вектор Пойнтинга.

В эту главу мы включили также описание поверхностных (гравитационных) волн в несжимаемой жидкости. Это сделано по нескольким при-

чинам, главная из которых заключается в том, что эти волны во многом похожи на волны Рэлея и Стонли, существующие в упругой среде с границами раздела.

Следуя принципу “от простого к сложному”, в главе 5 мы изучаем поведение волн в однородной среде. Сферические, цилиндрические и плоские волны рассматриваются здесь как в частотной, так и во временной областях. Особое внимание уделяется их свойствам в ближней, промежуточной и дальней зонах.

В главе 6 описываются основные свойства интерференции волн. При этом используются относительно простые модели (экраны), не требующие сложных математических вычислений, однако позволяющие наглядно продемонстрировать картину дифракции. Хотя в оптике эти модели очень часто имеют большое практическое значение, здесь они используются только для иллюстрации явления дифракции. В процессе обсуждения математических и физических основ этого явления, мы приводим вывод формул Гельмгольца и Кирхгофа и подробно описываем принципы Френеля и Гюйгенса. Кроме того, в данной главе рассматриваются зоны Френеля, вторичные источники и интерференция волн, вызванных этими источниками, а также влияние длины волны и геометрических параметров.

Помимо этого, здесь обсуждается переход к высокочастотному приближению, т.е. к геометрической акустике. Для упрощения анализа, мы выполняем его двумя разными способами. Один из них основан на использовании экранов и требует только простейших геометрических преобразований. Другой способ заключается в разложении решения волнового уравнения в степенной ряд по частоте. Для иллюстрации данного способа приводится простой пример, в котором плоская волна бежит в среде, где скорость меняется только в направлении распространения этой волны.

В главе 7 описывается конструктивная и деструктивная интерференция волн с близкими частотами и волновыми числами. Анализ этого явления связан с такими понятиями, как волновая группа, групповая скорость и стационарная фаза. Все эти понятия важны для понимания распространения нестационарных диспергирующих волн.

Последняя, восьмая глава посвящена принципам геометрической акустики в неоднородных средах. Сначала, исходя из уравнения эйконала, мы демонстрируем справедливость принципа Ферма. Затем рассматриваем поведение лучей и волновых фронтов в среде, где скорость является непрерывной функцией. Особое внимание уделяется поведению лучей на поверхностях раздела сред. Поскольку уравнение эйконала на этих границах не имеет смысла, для вывода законов преломления и отражения Снеллиуса используются другие методы, основанные на принципе Ферма, принципе Гюйгенса и на решении граничной задачи для плоских волн. Большую часть этой главы занимает описание лучей отраженных, преломленных и головных волн в присутствии плоских границ раздела.

В конце этой книги мы поместили несколько приложений, в которых содержится необходимая информация об используемом здесь математичес-

ком аппарате. В них мы попытались описать в краткой форме смысл применяемых здесь элементов математики. Это особенно важно, когда речь идет о векторном анализе, поскольку такие понятия, как градиент, дивергенция, ротор и лапласиан играют основополагающую роль в теории акустических и упругих волн.

В этом введении мы хотим также вкратце описать содержание следующего тома монографии. Вначале мы продолжим обсуждение приближения геометрической акустики и рассмотрим акустические волны, распространяющиеся в слоисто-однородной среде. В следующих двух главах мы рассматриваем отражение и преломление плоской волны в горизонтально-слоистой среде. Следующая глава описывает поле сферического источника в присутствии одной плоской поверхности раздела. В пятой главе мы описываем распространение нормальных мод внутри слоя с пониженной скоростью. Последняя глава посвящена волнам внутри цилиндрического слоя.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Мы хотим поблагодарить Михаила Бармина, Норма Блейстайна, Владимира Гречку, Джона Десанто, Александра Каганского, Евгения Ланду, Кена Лэрнера, Льва Островского, Константина Наугольных и Татьяну Яновскую за полезные обсуждения. Мы также благодарны Матту Ханей за проверку приложений.

## К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Эта книга является продолжением двух монографий “Введение в теорию геофизических методов”, переводы которых вышли в издательстве “Недра” в 1997 и 2000 годах. Мы выражаем искреннюю благодарность Евро-Азиатскому геофизическому обществу и его президенту Н.А. Савостьянову за огромную помощь в подготовке этой книги. Мы также благодарны за финансовую поддержку Центру Шлюмберже в Москве (Директор Кристиан Бессон).

*Болдер, Колорадо, США.  
Апрель 2001 г.*

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

<b>a</b>	ускорение
$a_n, b_n$	коэффициенты ряда Фурье
$A_n, B_n$	амплитуды нормальных мод
$A_R$	результатирующая амплитуда

$c$	фазовая скорость
$c_a$	кажущаяся скорость
$c_g$	групповая скорость
$c_s$	скорость поперечных волн
$C$	сжимаемость
$C, S$	функции Френеля
$d$	расстояние между источниками
$dl$	элементарное перемещение
$dS$	элемент площади
$e_k$	плотность кинетической энергии
$e_p$	плотность потенциальной энергии
$e_{xx}$	деформация
$E$	полная энергия
$E_k$	кинетическая энергия
$E^*$	параметр пружины
$\mathbf{F}$	сила
$\mathbf{g}$	гравитационное поле
$G$	функция Грина
$h$	ступенчатая функция
$h'$	производная ступенчатой функции
$H_0^{(1)}(mr), H_0^{(2)}(mr)$	функции Ганкеля нулевого порядка
$i = \sqrt{-1}$	мнимая единица
$\mathbf{i}$	единичный вектор
$I$	среднее значение потока энергии
$\mathbf{j}$	единичный вектор
$J_0(mr), Y_0(mr)$	функции Бесселя
$k$	жесткость пружины, волновое число
$k_r$	волновые числа нормальных мод
$K$	кривизна
$K(\varphi)$	коэффициент в формуле Френеля
$l$	длина пружины
$L$	путь
$L, N$	интегралы Френеля
$L_1, L_2$	характеристические длины
$m$	масса, параметр диска
$M$	полная масса, модуль объемного сжатия
$\mathbf{M}$	вектор
$n$	коэффициент преломления
$\mathbf{n}$	единичная нормаль к поверхности
$N$	импульс силы, акустическая длина
$p$	точка наблюдения, корни характеристического уравнения
$P$	давление
$P_a$	избыточное давление

<b>P</b>	количество движения (импульс)
<i>Q</i>	фактор, характеризующий затухание
<i>r</i>	расстояние от оси <i>z</i>
<i>R</i>	расстояние от начала координат
<i>s</i>	смещение
<b>s<sub>0</sub></b>	единичный вектор вдоль луча
<i>S</i>	эйконал
<i>S<sub>x</sub>, S<sub>y</sub>, S<sub>z</sub></i>	компоненты вектора Пойнтинга
<i>t</i>	время
<i>T</i>	период
<i>T<sub>b</sub></i>	период биений
<i>T<sub>0</sub></i>	период свободных колебаний, растяжение струны
<i>u, v</i>	переменные интегрирования
<i>U</i>	акустический потенциал, потенциальная энергия
<i>U<sub>n</sub></i>	势能, связанный с зонами Френеля
<b>v</b>	скорость
<b>V<sub>0</sub></b>	элементарный объем
<i>W</i>	работа
$\Delta W/W$	удельные потери
<b>Y</b>	вектор Пойнтинга
<i>X, Y, Z</i>	компоненты силы
<i>z</i>	комплексное число
<i>Z</i>	импеданс
$\alpha, \beta, \gamma$	направляющие косинусы
$\alpha$	коэффициент в законе Кулона – Мора
$\alpha_*$	логарифмический декремент
$\delta$	дельта-функция
$\delta'$	производная дельта-функции
$\gamma$	функция, характеризующая спектр
$\varepsilon$	малый параметр
<b>Φ</b>	комплексная амплитуда потенциала
$\varphi$	начальная фаза, акустический потенциал
$\lambda$	длина волны
$\theta$	угол падения, дилатация
$\theta_r$	угол отражения
$\theta_2$	угол преломления
$\theta_c$	критический угол
$\rho$	объемная плотность
$\rho_a$	приращение плотности
$\Sigma$	поверхность
$\tau$	постоянная времени, задержка по времени
$\omega$	частота
$\omega_0$	частота свободных колебаний